

Document de cours n°1

Dans ce document, je cherche à contraster, pour ce qui a trait à la micro-économie du consommateur, la représentation en termes de relation de préférence et de paniers de bien et la représentation en termes de fonction d'utilité et de nombres. Dans les deux cas, je me limite à un monde à deux biens. La relation de préférence et les fonctions d'utilité sont *a priori* définies pour un individu particulier; ici, j'utilise l'indice inférieur *a* pour repérer cet individu particulier.

Le langage de la relation de préférence et des paniers de bien	Le langage d'une fonction d'utilité et des nombres
Ensemble de consommation	
$\mathcal{C} = \{X / X \in \mathbb{R}_+^2\}$ où \mathbb{R}_+^2 désigne l'ensemble des couples de nombres à valeurs positives ou nulles.	La fonction d'utilité $u_a(\cdot, \cdot)$ est définie pour des arguments positifs ou nuls, où <i>a</i> désigne n'importe quel individu.
Dotation initiale du consommateur	
On note $W_a \in \mathcal{C}$ la dotation initiale du consommateur <i>a</i> .	Le consommateur <i>a</i> dispose initialement de la quantité $w_{a1} \geq 0$ en le premier bien et de la quantité $w_{a2} \geq 0$ en le second bien.
Complétude de la relation de préférence	
$\forall X \in \mathcal{C}$ et $\forall X' \in \mathcal{C}$, on a soit $X \succeq_a X'$ soit $X' \succeq_a X$ soit les deux à la fois – dans ce dernier cas les deux paniers sont indifférents pour l'individu <i>a</i> .	Le domaine de définition de $u_a(\cdot, \cdot)$ est \mathbb{R}_+^2 tout entier.
Non saturation forte de la relation de préférence	
$\forall X \in \mathcal{C}$ et $\forall X' \in \mathcal{C}$ tel que X' « offre plus que » X , on a $X' \succ_a X$. Un panier offre plus qu'un autre si, pour chaque bien, la quantité dans le premier panier est supérieure ou égale à la quantité dans l'autre panier et si, pour au moins un bien, la première quantité est strictement supérieure à la seconde quantité.	La fonction d'utilité $u_a(\cdot, \cdot)$ est strictement croissante en ses deux arguments; soit $\forall x_1 \geq 0$ et $\forall x_2 \geq 0$, $u'_{a1}(x_1, x_2) > 0$ et $u'_{a2}(x_1, x_2) > 0$.

Suite du tableau sur la page suivante...

Le langage de la relation de préférence et des paniers de bien	Le langage d'une fonction d'utilité et des nombres
Convexité stricte de la relation de préférence	
$\forall X \in \mathcal{C}$, $\mathcal{P}_a(X)$ est un ensemble strictement convexe. $\mathcal{P}_a(X)$ est l'ensemble des paniers préférés ou indifférents, pour l'individu <i>a</i> , au panier X : $\mathcal{P}_a(X) = \{X' \in \mathcal{C} / X' \succeq_a X\}$.	Les fonctions $x_2 = f_a(x_1)$ définies implicitement par la condition $u_a(x_1, x_2) = \bar{u}$ sont toutes strictement convexes. On a ainsi $\forall x_1 \geq 0$, $f'_a(x_1) > 0$.
Valeur d'un panier de bien	
Sous hypothèse de concurrence parfaite, la fonction $v(\cdot)$ est la fonction qui associe à un panier sa valeur, qu'il s'agisse d'acheter ou de vendre ce panier.	La fonction $v(X)$ est de la forme $p_1x_1 + p_2x_2$ où p_1 est le prix du premier bien et p_2 le prix du second bien.
Revenu du consommateur	
$v(W_a)$ est le revenu du consommateur <i>a</i> , obtenu au moyen de la vente de son allocation initiale.	On note R_a le revenu du consommateur <i>a</i> , avec $R_a = p_1w_{a1} + p_2w_{a2}$.
Ensemble de budget du consommateur	
$\mathcal{B}_a = \{X \in \mathcal{C} / v(X) \leq v(W_a)\}$	$x_1, x_2 \geq 0$ tels que $p_1x_1 + p_2x_2 \leq R_a$.
Programme du consommateur	
Trouver le panier préféré parmi l'ensemble des paniers de l'ensemble de budget: trouver X^* avec $X^* \in \mathcal{B}_a$ et $\forall X \in \mathcal{B}_a$, $X^* \succeq_a X$.	Maximiser l'utilité sous la contrainte de budget: $\max_{x_1 \text{ et } x_2} u_a(x_1, x_2)$ sous la contrainte $p_1x_1 + p_2x_2 \leq R_a$.