

### Examen janvier 2005

Trois heures — ni documents — ni calculatrice

#### 1 Question de cours

Quelles sont les propriétés que vérifie la « fonction de dépense » ?

#### 2 Question de cours

Peut-on dire que l'offre d'épargne est toujours une fonction croissante du taux d'intérêt ?

#### 3 Exercice – Demandes marshaliennes et hicksiennes

Soit, dans un monde à deux biens, un consommateur dont la relation de préférence est représentée par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} \times \sqrt{x_2}$$

- 1) Les deux biens sont-ils « nécessaires » pour ce consommateur ?
- 2) Tracer la courbe d'indifférence qui passe par le panier (4,5;2).
- 3) La relation de préférence vérifie-t-elle l'hypothèse de convexité stricte ?
- 4) L'environnement du consommateur est un environnement de concurrence parfaite. Les prix du premier et du second bien sont notés, respectivement,  $p_1$  et  $p_2$  ;  $R$  est le revenu du consommateur. Trouver les demandes marshaliennes, notées  $m_1$  et  $m_2$ , en détaillant et en justifiant votre démarche. Montrer que ces demandes sont homogènes de degré 0 en  $p_1$ ,  $p_2$  et  $R$ . Donner l'interprétation économique de cette propriété.
- 5) Trouver les demandes hicksiennes, notées  $h_1$  et  $h_2$ , en détaillant et en justifiant votre démarche. Montrer que ces demandes sont homogènes de degré 0 en  $p_1$  et  $p_2$ . Donner l'interprétation économique de cette propriété. Montrer que ces demandes sont homogènes de degré 1 en  $u$ . Cette dernière propriété est-elle générale ? A quoi cette propriété tient-elle exactement ?
- 6) Initialement, on a  $p_1 = 4$ ,  $p_2 = 2$  et  $R = 72$ . Trouver les quantités optimales consommées, notées  $x_1^*$  et  $x_2^*$ . Le prix du premier bien augmente ;  $p_1$  est maintenant égal à 9. Trouver les nouvelles quantités optimales, notées  $x_1^{**}$  et  $x_2^{**}$ . Décomposer le passage de  $x_1^*$  à  $x_1^{**}$  et de  $x_2^*$  à  $x_2^{**}$  en mettant en évidence un effet de substitution et un effet de revenu et en utilisant, en premier lieu, la méthode du revenu compensé et, en second lieu, les demandes hicksiennes. Interpréter économiquement le fait que  $x_2^* = x_2^{**}$ . Commenter la (légère) différence obtenue entre ces deux méthodes.

#### 4 Exercice – Fonction de dépense

Soit, dans un monde à deux biens, un consommateur dont la relation de préférence est représentée par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$$

- 1) Tracer la courbe d'indifférence qui passe par le panier (2,3). Que peut-on dire de l'élasticité de substitution entre les deux biens ?
- 2) Tracer la fonction de dépense en fonction de  $p_1$  en prenant  $p_2 = 5$  et le niveau d'utilité apporté par le panier (2,3).

#### 5 Exercice – Capital constitué par versements constants

Un épargnant verse, en début d'année, une annuité constante égale à  $A$  pendant  $T$  années dans le cadre d'un plan d'épargne qui garantit un rendement constant annuel égal à  $r$ . Il obtient, à la fin de la dernière année, un capital d'un montant  $K$ .

- 1) Trouver la relation entre  $A$ ,  $T$ ,  $r$  et  $K$ , en explicitant la démarche et les formules utilisées.
- 2) On lui propose un autre plan. La période de versement est partagée en deux sous-périodes de même étendue ; le rendement, les premières années, est égal  $r/2$  ; les dernières années à  $2r$ . L'épargnant a-t-il intérêt à choisir cet autre plan ? [Il faut bien sûr justifier la réponse.]

#### 6 Exercice – Offre de travail et dispositif de revenu minimum

Soit un consommateur-travailleur dont le temps total disponible est noté  $\bar{\ell}$ . Son temps de travail effectif est noté  $\ell$  ; aussi son « temps de loisir », noté  $t$ , est-il égal à  $\bar{\ell} - \ell$ . La relation de préférence de ce consommateur-travailleur est représentée par la fonction d'utilité suivante :

$$u(c, t) = \sqrt{c} + \sqrt{t}$$

où  $c$  est le niveau de consommation de ce dernier.

L'environnement de notre individu est de concurrence parfaite : il peut notamment trouver un emploi pour une durée quelconque comprise entre 0 et  $\bar{\ell}$  au taux de salaire horaire  $w$  qui s'impose à lui. Le bien de consommation est le numéraire.

- 1) Ecrire la contrainte budgétaire du consommateur-travailleur. Transformer cette contrainte budgétaire pour faire apparaître un arbitrage consommation - loisir.
- 2) Résoudre le programme du consommateur-travailleur. Trouver sa demande de consommation (notée  $c^d$ ), sa demande de loisir (notée  $t^d$ ) et son offre de travail (notée  $\ell^s$ ).
- 3) Expliquer pourquoi l'offre de travail est une fonction croissante du salaire.
- 4) Par ailleurs, il existe dans l'économie un dispositif de revenu minimum différentiel qui assure à ce consommateur-travailleur un revenu plancher égal à  $\bar{R}$ . On propose à ce dernier un emploi d'une durée  $\hat{\ell}$  payé au taux horaire  $\hat{w}$ . Donner la condition pour que le consommateur-travailleur puisse accepter cet emploi. On prend  $\bar{\ell} = 64$  (heures par semaine),  $\bar{R} = 81$  (euros par semaine),  $\hat{w} = 5,4$  (euros de l'heure) et  $\hat{\ell} = 15$  (heures par semaine) ; le consommateur-travailleur accepte-t-il cette proposition ? Critiquer cette approche.