

## Feuille de route 5 — Comment redistribuer les richesses ?

Cette dernière feuille de route a pour but de développer un modèle très simple d'équilibre général d'une économie peuplée de « pauvres » et de « riches » pour ensuite contraster différents moyens d'opérer la redistribution des richesses.

### L'origine des inégalités

Le modèle, dans un premier temps, se doit d'explicitier l'origine des inégalités. Deux types d'individus coexistent dans l'économie, les individus de type  $a$  (les « pauvres ») qui sont en nombre  $n_a$  et qui offrent du travail peu qualifié ; les individus de type  $b$  (les « riches ») en nombre  $n_b$  et offrant du travail qualifié. Un seul bien, dont les quantités sont notées  $x$ , est produit dans cette économie ; la fonction de production, pour ce bien, est de forme COBB-DOUGLAS :

$$x = f(L_a, L_b) = (L_a)^\alpha (L_b)^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1$$

où  $L_a$  est la quantité de travail peu qualifié consacrée à la production du bien et  $L_b$  la quantité de travail qualifié. Nous supposons que  $\alpha < 1 - \alpha$  (c'est-à-dire  $\alpha < 0,5$ ) sans quoi le travail peu qualifié serait plus productif que le travail qualifié.

Pour simplifier au maximum le modèle, les individus de type  $a$  et de type  $b$  ont les mêmes préférences. Ces préférences sont définies sur  $x_i$ , la quantité du bien consommée par l'individu  $i$ , et sur  $\bar{\ell} - \ell_i$ , le temps de « loisir » de l'individu  $i$  — comme dans la feuille de route numéro 4, on suppose que chaque individu dispose d'une dotation totale  $\bar{\ell}$  en temps, temps qui peut être affecté au travail ou au non-travail, c'est-à-dire au loisir. Ces préférences sont représentées par la fonction d'utilité suivante

$$u_i(x_i, \bar{\ell} - \ell_i) = (x_i)^\beta (\bar{\ell} - \ell_i)^{1-\beta} \quad 0 < \beta < 1 \quad \forall i$$

Les échanges sont régis par la concurrence parfaite, sur trois marchés : le marché du bien de consommation, le marché du travail peu qualifié et le marché du travail qualifié. Les individus maximisent leur utilité ; pour un individu de type  $a$ , on a

$$\max_{x_i \text{ et } \ell_i^a} (x_i)^\beta (\bar{\ell} - \ell_i^a)^{1-\beta}$$

sous la contrainte budgétaire

$$x_i \leq w_a \times \ell_i^a$$

où le taux de salaire du travail peu qualifié est noté  $w_a$  — le bien de consommation est choisi comme numéraire. Cette contrainte se réécrit

$$x_i + w_a(\bar{\ell} - \ell_i^a) \leq w_a \times \bar{\ell}$$

Les demandes sont notées  $x_i^d$ , pour la consommation, et  $(\bar{\ell} - \ell_i^a)^d$ , pour le loisir.

$$x_i^d = \beta \frac{w_a \times \bar{\ell}}{1} = \beta \times w_a \times \bar{\ell}$$

$$(\bar{\ell} - \ell_i^a)^d = (1-\beta) \frac{w_a \times \bar{\ell}}{w_a} = (1-\beta) \bar{\ell}$$

L'offre de travail, notée  $(\ell_i^a)^s$ , s'en déduit

$$(\ell_i^a)^s = \bar{\ell} - (\bar{\ell} - \ell_i^a)^d = \bar{\ell} - (1-\beta) \bar{\ell} = \beta \times \bar{\ell}$$

Comme dans la feuille de route numéro 4, l'offre de travail est inélastique au taux de salaire du fait de la forme très particulière des préférences des individus.

*Mutatis mutandis*, on obtient pour les individus de type  $b$ , les expressions suivantes

$$x_j^d = \beta \times w_b \times \bar{\ell}$$

$$(\ell_j^a)^s = \beta \times \bar{\ell}$$

où l'indice  $j$  est utilisé pour repérer un individu de type  $b$ .

Les offres agrégées de travail qualifié  $L_a^s$  et  $L_b^s$  sont les suivantes.

$$L_a^s = \sum_{i=1}^{n_a} (\ell_i^a)^s = \sum_{i=1}^{n_a} \beta \times \bar{\ell} = n_a \times \beta \times \bar{\ell}$$

$$L_b^s = \sum_{j=1}^{n_b} (\ell_j^b)^s = \sum_{j=1}^{n_b} \beta \times \bar{\ell} = n_b \times \beta \times \bar{\ell}$$

Ces offres constituent une fraction fixe de la totalité des heures disponibles dans l'économie en travail, respectivement, peu qualifié et qualifié.

On suppose que l'activité est répartie sur un grand nombre d'entreprises. Chaque entreprise maximise son profit et, ainsi, minimise ses coûts. Par ailleurs, les rendements sont constants : le nombre d'entreprises n'a donc pas d'importance. En outre, les profits, à l'équilibre, seront nuls et il n'est donc pas nécessaire d'envisager un mécanisme de distribution de ces profits aux actionnaires des entreprises.

La minimisation du coût de production conduit à l'égalisation du rapport des productivités marginales du travail peu qualifié et du travail qualifié et du rapport des coûts du

travail peu qualifié et qualifié.

$$\frac{f'_1(L_a, L_b)}{f'_2(L_a, L_b)} = \frac{\alpha(L_a)^{\alpha-1}(L_b)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)(L_a)^\alpha(L_b)^{1-\alpha-1}} = \frac{\alpha(L_a)^{-1}}{(1-\alpha)(L_b)^{-1}} = \frac{\alpha \times L_b}{(1-\alpha)L_a} = \frac{w_a}{w_b}$$

À l'équilibre concurrentiel, les niveaux d'emploi peu qualifié et qualifié sont égaux aux niveaux des offres agrégées :

$$L_a^* = L_a^s = n_a \times \beta \times \bar{\ell} \quad \text{et} \quad L_b^* = L_b^s = n_b \times \beta \times \bar{\ell}$$

On trouve ainsi directement, à l'équilibre concurrentiel, le rapport entre le salaire des « riches » et des « pauvres » :

$$\frac{w_b^*}{w_a^*} = \frac{(1-\alpha)L_a^*}{\alpha \times L_b^*} = \frac{(1-\alpha)n_a \times \beta \times \bar{\ell}}{\alpha \times n_b \times \beta \times \bar{\ell}} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{n_a}{n_b}$$

Les inégalités résultent ainsi des différences productives entre le travail peu qualifié et le travail qualifié mais aussi de la rareté relative des deux types de qualification.

Si  $\alpha = 1/3$  et  $n_b = n_a/4$ , l'éventail des salaires entre les peu qualifiés et les qualifiés est de 1 à 8.

$$\frac{w_b^*}{w_a^*} = \frac{2/3}{1/3} \frac{1}{1/4} = 2 \times 4 = 8$$

Pour trouver le niveau réel des salaires, le plus simple est, d'un côté, de reprendre la condition précédente qui porte sur le salaire qualifié relativement au salaire non qualifié et, de l'autre côté, d'utiliser l'argument selon lequel, avec des rendements constants, la rémunération des facteurs de production épuise le produit. On a ainsi le système de deux équations suivant.

$$\frac{w_b^*}{w_a^*} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{n_a}{n_b}$$

$$w_a^* \times L_a^* + w_b^* \times L_b^* = x^*$$

La seconde équation s'exprime comme suit.

$$w_a^* \times n_a \times \beta \times \bar{\ell} + w_b^* \times n_b \times \beta \times \bar{\ell} = (n_a \times \beta \times \bar{\ell})^\alpha (n_b \times \beta \times \bar{\ell})^{1-\alpha} \quad \text{soit} \quad w_a^* \times n_a + w_b^* \times n_b = (n_a)^\alpha (n_b)^{1-\alpha}$$

En résolvant ce système, les solutions suivantes sont obtenues.

$$w_a^* = \alpha(n_b/n_a)^{1-\alpha} \quad \text{et} \quad w_b^* = (1-\alpha)(n_a/n_b)^\alpha$$

Les niveaux de consommation d'un « pauvre » et d'un « riche », à l'équilibre concurrentiel, sont donc respectivement égaux à

$$x_i^* = w_a^* \times \ell_i^{a*} = \alpha(n_b/n_a)^{1-\alpha} \beta \times \bar{\ell} \quad \forall i \quad \text{et} \quad x_j^* = w_b^* \times \ell_j^{b*} = (1-\alpha)(n_a/n_b)^\alpha \beta \times \bar{\ell} \quad \forall j$$

Notons  $u_a^*$  et  $u_b^*$  les niveaux d'utilité, respectivement, d'un « pauvre » et d'un « riche » à l'équilibre concurrentiel. On obtient

$$u_a^* = (x_i^*)^\beta (\bar{\ell} - \ell_i^{a*})^{1-\beta} = [\alpha(n_b/n_a)^{1-\alpha} \beta \times \bar{\ell}]^\beta (\bar{\ell} - \beta \times \bar{\ell})^{1-\beta} = \alpha^\beta \times \beta^\beta (1-\beta)^\beta (n_b/n_a)^{\beta(1-\alpha)} \bar{\ell}$$

$$u_b^* = (x_j^*)^\beta (\bar{\ell} - \ell_j^{b*})^{1-\beta} = [(1-\alpha)(n_a/n_b)^\alpha \beta \times \bar{\ell}]^\beta (\bar{\ell} - \beta \times \bar{\ell})^{1-\beta} = (1-\alpha)^\beta \beta^\beta (1-\beta)^\beta (n_a/n_b)^{\beta\alpha} \bar{\ell}$$

L'éventail des utilités est moins étendu que l'éventail des salaires. On a

$$\frac{u_b^*}{u_a^*} = \left( \frac{w_b^*}{w_a^*} \right)^\beta < \frac{w_b^*}{w_a^*} \quad \text{si} \quad \frac{w_b^*}{w_a^*} > 1$$

La politique économique qui s'impose *a priori* est celle qui cherche à accroître l'effort d'éducation de la nation : si plus d'individus sont qualifiés, les inégalités se réduisent.

### Les inconvénients d'un salaire minimum

Nous allons supposer que le marché du travail qualifié est un marché de concurrence parfaite ; le niveau d'équilibre du salaire sur ce marché est noté  $\bar{w}_b$ . Sur le marché du travail non qualifié, on suppose la présence d'un salaire minimum, noté  $\bar{w}_a$ , indexé sur le salaire du travail qualifié :

$$\bar{w}_a = \lambda \times \bar{w}_b \quad 0 < \lambda < 1$$

Habituellement, le salaire minimum est justifié par la situation dominante dont les employeurs disposeraient sur le marché du travail non qualifié ; dans notre modèle de concurrence parfaite, ce salaire minimum va engendrer du sous emploi des non qualifiés. Pour faire simple, nous allons supposer un rationnement proportionnel des offres de travail non qualifié. Dans un modèle plus réaliste, il faudrait supposer du chômage et un revenu de remplacement pour les chômeurs comme, par exemple, des indemnités d'un régime d'assurance chômage.

Le modèle peut être résolu récursivement. Comme précédemment, l'offre de travail des individus qualifiés est une fraction constante du temps total disponible :  $(\ell_j^b)^s = \beta \times \bar{\ell} \quad \forall j$ . Aussi, le niveau agrégé d'emploi du travail qualifié, noté  $\widehat{L}_b$ , est-il égal, comme précédemment, à  $n_b \times \beta \times \bar{\ell}$ . Les entreprises égalisent le rapport des productivités marginales au rapport des coûts :

$$\frac{f'_1(\widehat{L}_a, L_b)}{f'_2(\widehat{L}_a, L_b)} = \frac{\alpha \times L_b}{(1-\alpha)L_a} = \frac{w_a}{w_b} = \lambda$$

Le niveau d'emploi du travail non qualifié est ainsi égal à

$$\widehat{L}_a = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{\widehat{L}_b}{\lambda} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{n_b \times \beta \times \bar{\ell}}{\lambda}$$

Ce niveau d'emploi est une fonction décroissante de  $\lambda$  : plus le salaire minimum est élevé, plus le niveau d'emploi des non qualifiés est faible. Le bulletin de salaire, dans ce modèle, est l'ennemi de l'emploi.

Le salaire des qualifiés se déduit, dans la même logique que précédemment, de la condition d'épuisement du produit :

$$\bar{w}_a \times \widehat{L}_a + \widehat{w}_b \times \widehat{L}_b = \widehat{x}$$

soit

$$\lambda \times \widehat{w}_b \times \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{n_b \times \beta \times \bar{\ell}}{\lambda} + \widehat{w}_b \times n_b \times \beta \times \bar{\ell} = \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{n_b \times \beta \times \bar{\ell}}{\lambda} \right)^\alpha (n_b \times \beta \times \bar{\ell})^{1-\alpha}$$

On trouve finalement l'expression suivante :

$$\widehat{w}_b = (1-\alpha)^{1-\alpha} \alpha^\alpha \times \lambda^{-\alpha}$$

Nous supposons maintenant un rationnement proportionnel des non qualifiés : chaque individu de type  $a$  travaille pour une durée égale à  $\widehat{\ell}_i^a \forall i$ .

$$\widehat{\ell}_i^a = \frac{\widehat{L}_a}{n_a} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{n_b}{\lambda \times n_a} \beta \times \bar{\ell}$$

Les niveaux de consommation d'un « pauvre » et d'un « riche », après l'introduction de ce système de salaire minimum, sont donc respectivement égaux à

$$\widehat{x}_i = \bar{w}_a \times \widehat{\ell}_i^a = \lambda (1-\alpha)^{1-\alpha} \alpha^\alpha \times \lambda^{-\alpha} \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{n_b}{\lambda \times n_a} \beta \times \bar{\ell} = \lambda^{-\alpha} (1-\alpha)^{-\alpha} \alpha^{1+\alpha} \frac{n_b}{n_a} \beta \times \bar{\ell} \quad \forall i$$

$$\widehat{x}_j = \widehat{w}_b \times \widehat{\ell}_j^b = (1-\alpha)^{1-\alpha} \alpha^\alpha \times \lambda^{-\alpha} \times \beta \times \bar{\ell} \quad \forall j$$

On voit que le niveau de consommation d'un « pauvre » est une fonction décroissante du niveau du salaire minimum. On est donc dans une logique d'effet pervers : l'instrument destiné à protéger les plus mal lotis se retourne contre ces derniers. Une hausse du salaire minimum entraîne effectivement une hausse du salaire des peu qualifiés ; elle conduit aussi à une baisse du niveau d'emploi des peu qualifiés, baisse qui est, en proportion, plus importante que la hausse du salaire. Au total, le revenu salarial réel des peu qualifiés diminue.

Le salaire minimum, si on élargissait un peu plus le modèle, illustrerait les « ravages du corporatisme ». Les *insiders* – les salariés peu qualifiés qui ont eu la chance de conserver leur emploi – sont les seuls gagnants d'un niveau élevé du salaire minimum. Toutes les autres catégories d'individus perdent à ce système ; les chômeurs, les *outsiders*, en sont les principales victimes. Nous recherchons maintenant les conséquences de la mise en place d'un prélèvement progressif.

## Les conséquences d'un prélèvement progressif

On envisage maintenant un prélèvement progressif sous la forme d'un impôt sur les revenus salariaux ; le barème est tel que seuls les individus qualifiés supportent un prélèvement dont le taux est égal à  $\tau$ . Le produit de cet impôt est utilisé pour subventionner la consommation du bien au taux  $\theta$ .

Les contraintes budgétaires des « pauvres » et des « riches » prennent maintenant les formes suivantes.

$$x_i - \theta \times x_i \leq w_a \times \ell_i^a \quad \text{soit} \quad (1-\theta)x_i \leq w_a \times \ell_i^a$$

et

$$x_j - \theta \times x_j \leq w_b \times \ell_j^b - \tau \times w_b \times \ell_j^b \quad \text{soit} \quad (1-\theta)x_j \leq (1-\tau)w_b \times \ell_j^b$$

Les offres de travail des individus ne sont pas modifiées : avec la forme des préférences des individus, les effets de substitution compensent exactement les effets de revenu. De la sorte, on retrouve les mêmes valeurs d'équilibre pour les niveaux d'emploi et les salaires.

En revanche, les niveaux de consommation des « pauvres » et des « riches » sont maintenant, respectivement, plus élevés et plus faibles par rapport à l'équilibre concurrentiel sans prélèvement.

$$\widetilde{x}_i = \frac{1}{1-\theta} w_a^* \times \ell_i^{a*} = \frac{x_i^*}{1-\theta} > x_i^* \quad \forall i \quad \text{et} \quad \widetilde{x}_j = \frac{1-\tau}{1-\theta} w_b^* \times \ell_j^{b*} = \frac{1-\tau}{1-\theta} x_j^* < x_j^* \quad \forall j$$

Dans ce modèle très simple, le prélèvement progressif apparaît particulièrement adapté. Il réduit les inégalités sans décourager l'activité économique : avant de redistribuer, il faut produire. Le modèle développé est cependant très particulier ; habituellement, un prélèvement progressif introduit des distorsions qui conduisent à un niveau plus faible de l'activité.

Le taux avec lequel le bien de consommation est subventionné,  $\theta$ , est bien sûr lié au taux de l'impôt,  $\tau$ . Le produit de l'impôt doit couvrir le coût budgétaire de la subvention. Ce produit est égal à

$$n_b \times \tau \times w_b^* \times \ell_j^{b*} = n_b \times \tau (1-\alpha) (n_a/n_b)^\alpha \beta \times \bar{\ell} = \tau (1-\alpha) (n_a)^\alpha (n_b)^{1-\alpha} \beta \times \bar{\ell}$$

Le coût budgétaire est égal à

$$\begin{aligned} n_a \times \theta \times \widetilde{x}_i + n_b \times \theta \times \widetilde{x}_j &= n_a \times \theta \times \frac{x_i^*}{1-\theta} + n_b \times \theta \times \frac{1-\tau}{1-\theta} x_j^* \\ &= \frac{\theta}{1-\theta} (n_a \times x_i^* + n_b (1-\tau) x_j^*) \\ &= \frac{\theta}{1-\theta} (n_a \times \alpha (n_b/n_a)^{1-\alpha} \beta \times \bar{\ell} + n_b (1-\tau) (1-\alpha) (n_a/n_b)^\alpha \beta \times \bar{\ell}) \\ &= \frac{\theta}{1-\theta} [\alpha + (1-\tau)(1-\alpha)] (n_a)^\alpha (n_b)^{1-\alpha} \beta \times \bar{\ell} \end{aligned}$$

Le taux de subvention est ainsi égal à

$$\theta = \frac{\tau(1-\alpha)}{\tau(1-\alpha) + \alpha + (1-\tau)(1-\alpha)} = (1-\alpha)\tau$$

## Mesures de bien-être et conclusion

Comme dans la feuille de route numéro 4, nous allons donner une valeur aux paramètres du modèle et calculer les niveaux d'utilité que les individus obtiennent pour les différentes configurations que nous avons envisagées. Il y a une difficulté supplémentaire : il va falloir effectuer des comparaisons d'utilité entre les individus et donc recourir à une conception cardinale de l'utilité. Dans la feuille de route numéro 4, une telle conception avait déjà été implicitement utilisée puisque l'on comparait le niveau d'utilité des individus pour différentes organisations du financement du bien public. Il s'agissait cependant de comparaisons pour les mêmes individus.

Maintenant, il nous faut conduire des comparaisons inter-personnelles : dans quelles mesures la baisse du niveau d'utilité des « riches » est-elle compensée par la hausse du niveau d'utilité des « pauvres » ? Les fonctions d'utilités individuelles sont normalisées ; on a  $u_i(0, \bar{\ell}) = 0 \quad \forall i$  et  $u_i(\cdot, \cdot)$  homogène de degré un en ses deux arguments  $\forall i$ . Il n'est alors pas déraisonnable de construire à partir de ces fonctions d'utilité individuelles une fonction d'utilité collective. Nous retenons deux formes différentes pour la fonction d'utilité collective :

$$\phi_1(u_1, \dots, u_i, \dots, u_{n_a+n_b}) = \sum_{i=1}^{n_a+n_b} u_i$$

$$\phi_2(u_1, \dots, u_i, \dots, u_{n_a+n_b}) = \left( \sum_{i=1}^{n_a+n_b} u_i^{-1/2} \right)^{-2}$$

La première forme correspond à l'utilitarisme ; la seconde à un certain degré d'aversion pour les inégalités.

Nous supposons les qualifiés deux fois plus productifs que les non qualifiés en prenant  $\alpha = 1/3$  ; les non qualifiés sont deux fois plus nombreux que les qualifiés :  $n_a = 2 \times n_b$ . À l'équilibre concurrentiel, l'éventail des salaires irait ainsi de 1 à 4 :

$$\frac{w_b^*}{w_a^*} = \frac{(1-\alpha) n_a}{\alpha n_b} = \frac{2/3 \cdot 2}{1/3 \cdot 1} = 4$$

Comme dans la feuille de route numéro 4, nous prenons  $\bar{\ell} = 24$ . Pour  $\beta$ , nous prenons  $1/4$  et, en conséquence,  $3/4$  pour  $1-\beta$  : le « loisir » contribue pour les trois quarts à la satisfaction totale des individus.

Pour calculer la valeur des deux formes de la fonction d'utilité collective, nous supposons que l'économie est composée de deux individus peu qualifiés et d'un seul individu

qualifié. Ces chiffres ne servent qu'à la normalisation du problème et ne modifient pas les résultats.

Configuration	$w_a$	$w_b$	$w_b/w_a$	$x_b/x_a$	$u_a$	$u_b$	$u_b/u_a$	$\phi_1$	$\phi_2$
Équilibre concurrentiel	0,21	0,84	4	4	9,26	13,09	1,41	31,61	1,15
Salaire minimum $\lambda = 1/3$	0,25	0,76	3	4	9,04	12,78	1,41	30,86	1,12
Salaire minimum $\lambda = 1/2$	0,33	0,67	2	4	8,74	12,36	1,41	29,84	1,08
Impôt progressif $\theta = 25\%$	0,21	0,84	4	3	9,69	12,75	1,32	32,13	1,18
Impôt progressif $\theta = 50\%$	0,21	0,84	4	2	10,25	12,18	1,19	32,68	1,20
Impôt progressif $\theta = 75\%$	0,21	0,84	4	1	11,01	11,01	1,00	33,03	1,22

Dans le tableau ci-avant, on voit combien est illusoire la mise en place d'un salaire minimum : l'éventail des salaires horaires est réduit par rapport à l'équilibre concurrentiel mais les niveaux d'utilité des « pauvres » et des « riches » diminuent. Tout le monde y perd et les inégalités sont finalement toujours aussi élevées.

Par contre, dans ce modèle, le prélèvement progressif est particulièrement efficace : il ne décourage pas l'offre de travail, laisse ainsi le niveau de production inchangé et conduit à de fortes baisses des inégalités. Il n'y a donc pas vraiment un arbitrage entre efficacité économique et justice sociale. On voit notamment que pour un taux de prélèvement sur les revenus salariaux des « riches » égal à 75 % la parité des niveaux d'utilité est obtenue entre les individus non qualifiés et les individus qualifiés. Dans un modèle plus réaliste, un tel résultat ne serait pas obtenu : les prélèvements obligatoires conduisent en général à des distorsions qui réduisent le niveau du produit et qui conduisent à un dilemme efficacité/équité.

Par ailleurs, il convient de rappeler que l'essentiel n'est pas dans le modèle. Il faudrait en fait discuter des politiques qui permettraient – ou non – de permettre aux individus peu qualifiés d'obtenir une qualification reconnue sur le marché du travail. Ce serait le moyen de réduire les inégalités sans décourager l'activité économique.